

# Применение нейронной сети Хопфилда для формирования ассоциативной памяти

Золотин Игорь Андреевич  
Национальный исследовательский университет «МИЭТ», г. Москва  
E-mail: [goldin7777@gmail.com](mailto:goldin7777@gmail.com)

**Аннотация.** Данная статья посвящена вопросу распознавания образов при помощи нейросетевых технологий. В частности, анализ применения нейронной сети Хопфилда для формирования ассоциативной памяти.

**Ключевые слова:** нейронная сеть, ассоциативная память.

## Введение.

Нейронные сети представляют большой интерес для ученых на сегодняшний день. Системы технического зрения несомненно отстают в области распознавания образов от зрительного аппарата человека вкпе с его нейронной системой. Несмотря на явные преимущества искусственных нейронных сетей, они обладают существенным рядом проблем. Например, не всегда понятно, как подойти к вопросу обучения такой сети.

## Исследование.

Нейронная сеть Хопфилда состоит из единственного слоя нейронов, число которых определяет число входов и выходов сети. При этом сеть является полносвязной - выход каждого нейрона соединен с входами остальных нейронов по принципу «со всех на все». По сути, сеть Хопфилда показывает, каким образом может быть организована память в сети из элементов, которые не являются надежными.

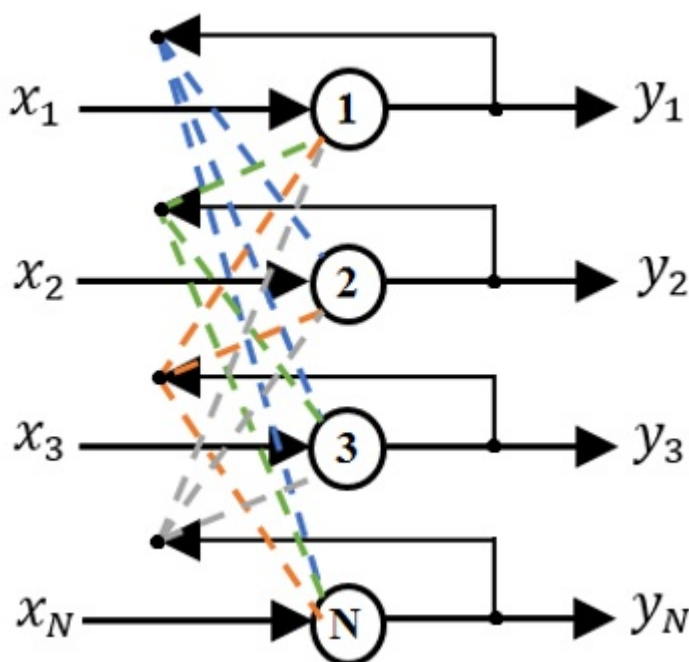


Рис. 1.1 Пример сети Хопфилда.

Каждый нейрон может находиться в одном из двух состояний:

$$y_i(t) = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}, \text{ где } +1$$

соответствует «возбуждению» нейрона, а -1 «торможению».

Нелинейный, пороговый характер функционирования нейрона отражает дискретность его состояний. В нейрофизиологии такой принцип известен, как «Все или ничего». Динамика состояния во времени  $i$ -го нейрона в сети из  $N$  нейронов описывается дискретной динамической системой:

$$y_i(t + 1) = \text{sign} \left[ \sum_{j=1}^N H_{i,j} y_j(t) \right],$$

где  $H_{i,j}$  – матрица весовых коэффициентов, описывающих взаимодействие дендритов  $i$ -го нейрона с аксонами  $j$ -го нейрона.

Стоит отметить, что случаи  $H_{i,j}=0, i=1,\dots,N$  и  $\sum_{j=1}^N H_{i,j} y_j = 0$  не рассматриваются.

Алгоритм обучения сети Хопфилда существенно отличается от алгоритма обратного распространения ошибки. Вместо последовательного приближения к нужному состоянию с промежуточной коррекцией весов, все коэффициенты рассчитываются по одной формуле и за один шаг, после этого сеть будет готова к работе. Вычисление коэффициентов подчиняется правилу: для всех запомненных образов  $x_i$  матрица весов  $H_{i,j}$  должна удовлетворять уравнению:  $x_i = H_{i,j} x_j$ .

Обучение сети Хопфилда выходным образом  $\zeta_{\mu}^{in}$  сводится к вычислению значений элементов матрицы  $H_{i,j}$ . Формально можно описать процесс обучения следующим образом: пусть необходимо обучить нейронную сеть распознавать  $M$  образов, обозначенных  $\{\zeta_{\mu}^{in}, \mu = 1, \dots, M\}$ . Входной образ  $\bar{\zeta}_{\mu}^{in}$  представляет собой:  $\bar{\zeta}_{\mu}^{in} = \zeta_{\mu}^{in} + \zeta'$ , где  $\zeta'$  шум, наложенный на исходный образ  $\zeta_{\mu}^{in}$ . Фактически обучение нейронной сети – определение нормы в пространстве образов  $\|\zeta_{\mu}^{in} - \bar{\zeta}_{\mu}^{in}\|$ . Тогда очистку входного образа от шума можно описать как минимизацию этого выражения.

Важной характеристикой нейронной сети является отношение числа ключевых образов  $M$ , которые могут быть запомнены к числу нейронов сети  $N: \alpha = M/N$ . Для сети Хопфилда значение  $\alpha$  не больше 0.15.

Вычисление квадратной матрицы размера для ключевых образов производится по правилу Хебба:

$$H_{i,j} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{\mu=1}^M [\zeta_{i,\mu}^{in} \cdot \zeta_{j,\mu}^{in}]$$

Сеть Хопфилда не использует обучение без учителя – необходима априорная информация о том, к каким классам относятся входные примеры. Сеть скорее является оптимизирующей и выполняет задачу восстановления образов по их искаженным оригиналам.

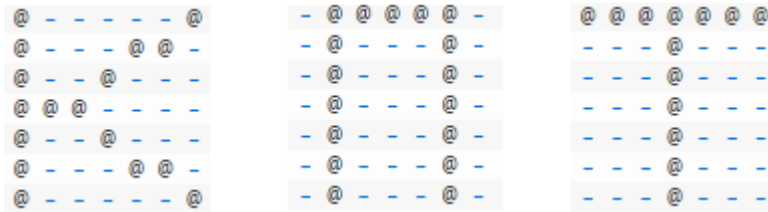
Для сетей Хопфилда характерны ограничения:

- Относительно небольшое число запоминаемых образов (порядка  $0.15n$  где  $n$  – число входов).
- Достижение устойчивого состояния не гарантирует правильный отклик сети из-за того, что сеть может сойтись к ложным аттракторам.

**Результаты и комментарии к ним.**

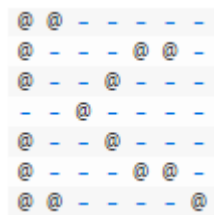
Пример реализации нейронной сети Хопфилда, формирующей ассоциативную память представлен ниже.

Распознаем образы букв: «К», «П», «Т». Представим их в виде «битовых полей» размером 7x7. Имеем три эталонных образа:

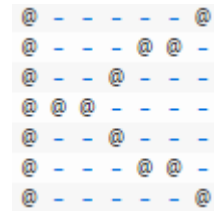


Сеть будет строиться на вычислении коэффициентов весов. После того, как сеть обучена по установленным образцам мы подадим ей на вход некий вектор и запросим определить, что это.

На вход подается измененная форма:

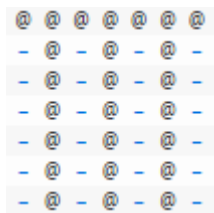


Спустя 94 итерации эталонная форма определена:

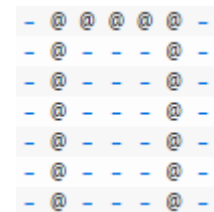


Очевидно, что измененный образ буквы «К» был с успехом распознан. Если повторить распознавание несколько раз, то можно заметить, что каждый раз количество итераций для определения образа разное. Это связано с тем, что нейрон для обновления при каждом цикле выбирается случайным образом.

Теперь на вход приходит образ, похожий одновременно на буквы «П» и «Т».



Однако запустив ее заново, можно увидеть, что за 116 итераций в новом опыте буква все-таки распознана. Это оказалась «П», так как исходный образ был похож на нее больше, чем на «Т»:



### Заключение.

На основании проведенных исследований необходимо отметить, с одной стороны отсутствие

---

проблем с обучением сети Хопфилда при наличии априорной информации о классах объектов, а с другой – достижение устойчивого состояния не гарантирует правильный отклик сети из-за того, что сеть может сойтись к ложным аттракторам (состояние нейронной сети Хопфилда в таком случае является устойчивым, но не дает правильного восстановления образа, при этом сеть может выдать ложный образ, который обычно представляет собой комбинацию фрагментов нескольких образов).

### **Список литературы.**

1. Тархов Д.А. Нейронные сети. Модели и алгоритмы/ Д.А. Тархов – М.: Радиотехника, 2005. – 256 стр.
2. Richard M.D., Lippman R.P., Neural network classifiers estimate Bayesian discriminant function, Neural Computation Concepts and Theory, 1991, vol 3, pp 461-482.
3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е изд., испр.: Пер. с англ./ Саймон Хайкин. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2006. – 1104 стр.
4. Specht, D. The General Regression Neural Network - Rediscovered. Neural Networks, 1993, V.6, pp.1033-1034.
5. Комарцова Л.Г., Максимов А.В., Нейрокомпьютеры/ Л.Г. Комарцова - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. – 400 стр.