

# Исследование простейших показательно-степенных функций

Гибадуллин А.А., студент НВГУ

Аннотация: в работе исследуются простейшие показательно-степенные функции.

Ключевые слова: показательно-степенная функция, сложно-показательная функция, факториал.

Показательно-степенной функцией называется функция вида  $y=[f(x)]^{g(x)}$ , где  $f(x)$  и  $g(x)$  – функции от некоторой переменной  $x$ . То есть неизвестная содержится и в основании, и в показателе степени.

Существует общая формула для нахождения производных таких функций  $y'=(g' \ln f + f' g / f) f^g$

Она находится следующим образом

$$\ln y = \ln f^g$$

$$\ln y = g \ln f$$

$$(\ln y)' = (g \ln f)'$$

$$(1/y) y' = g' \ln f + (\ln f)' g$$

$$(1/y) y' = g' \ln f + (1/f) f' g$$

$$y' = (g' \ln f + f' g / f) y$$

В работе исследованы следующие функции:  $x^x$  и  $x^{1/x}$ .

Подставляя функции в основании и показателе, получаем значение производных:

$$(x^x)' = (\ln x + 1) x^x$$

$$(x^{1/x})' = ((-1/x^2) \ln x + 1/x^2) x^{1/x} = (1 - \ln x) x^{-2+1/x}$$

Для обеих функций невозможно найти неопределенный интеграл, выраженный через элементарные функции.

Интересно поведение функций при отрицательных значениях аргумента, так как в этом случае меняется их знак, значения функций могут уходить в комплексную область.

В положительной области обе функции имеют положительное значение. В единице графики функций пересекаются в точке (1,1).

Функция  $x^x$

- предел при стремлении значения аргумента к нулю справа равен единице,
- возрастает на знакоположительной области,
- предел при стремлении к бесконечности равен бесконечности.

Функция  $x^{1/x}$

- предел при стремлении значения аргумента к нулю справа равен нулю,
- возрастает от нуля до  $e$  и убывает после,
- значение на знакоположительной области не превышает  $e^{1/e}$ ,
- предел при стремлении к бесконечности равен единице.

---

Если сравнить функцию  $x^x$  и  $x!$  при неотрицательных целых значениях аргумента, то обнаружим, что функция  $x^x$  возрастает быстрее. Также при  $x$  равном степени основания системы счисления, получается значение, которое легко записать в используемой системе счисления.

Например,  $10^{10} = 10\,000\,000\,000$  в десятичной.

#### Литература

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. Ч.1: 2-е изд., перераб., 1985. – С. 212-213