

---

# Рециркуляционные нейронные сети

**Сиднев Андрей Андреевич**

Бакалавр НИУ МИЭТ, Россия, г. Москва, г. Зеленоград

E-mail: [sidnev38@gmail.com](mailto:sidnev38@gmail.com)

«НИУ МИЭТ»

Рециркуляционные нейронные сети.

Рециркуляционные нейронные сети представляют собой многослойные нейронные сети с обратным распространением информации. При этом обратное распространение информации происходит по двунаправленным связям, которые имеют в различных направлениях разные весовые коэффициенты. При обратном распространении сигналов, в таких сетях осуществляется преобразование их с целью восстановления входного образа. В случае прямого распространения сигналов происходит сжатие входных данных. Обучение рециркуляционных сетей производится без учителя.

Рециркуляционные сети характеризуются как прямым  $Y=f(X)$ , так и обратным  $X=f(Y)$  преобразованием информации. Задачей такого преобразования является достижение наилучшего автопрогноза или самовоспроизводимости вектора  $X$ . Рециркуляционные нейронные сети применяются для сжатия (прямое преобразование) и восстановления исходной (обратное преобразование) информации. Такие сети являются самоорганизующимися в процессе работы. Они были предложены в 1988 году. Теоретической основой рециркуляционных нейронных сетей является анализ главных компонент.

Метод главных компонент

Метод главных компонент применяется в статистике для сжатия информации без существенных потерь ее информативности. Он состоит в линейном ортогональном преобразовании входного вектора  $X$  размерности  $n$  в выходной вектор  $Y$  размерности  $p$ , где  $p < n$ . При этом компоненты вектора  $Y$  являются некоррелированными и общая дисперсия после преобразования остается неизменной. Совокупность входных паттернов представим в виде матрицы:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{L1} & x_{L2} & \dots & x_{Ln} \end{bmatrix}$$

где

$x^k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn})$  соответствует  $k$ -му входному образу,  $L$  — общее количество образов.

Будем считать, что матрица  $X$  является центрированной, то есть вектор математических ожиданий  $\mu=0$ . Этого добиваются при помощи следующих преобразований:

$$x_{ij} = x_{ij} - \mu_j$$

$$\mu_j = \sum_{i=1}^L \frac{x_{ij}}{L}$$

Матрица ковариаций входных данных X определяется как

$$K = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix}$$

где  $\sigma_{ij}$  — ковариация между i-ой и j-ой компонентой входных образов.

Элементы матрицы ковариаций можно вычислить следующим образом:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L (x_i^k - \mu^i) \times (x_j^k - \mu^j) \quad \text{где } i, j = 1, \dots, n.$$

Метод главных компонент состоит в нахождении таких линейных комбинаций исходных переменных

$$\begin{aligned} y_1 &= w_{11}x_1 + w_{21}x_2 + \dots + w_{n1}x_n \\ y_2 &= w_{12}x_1 + w_{22}x_2 + \dots + w_{n2}x_n \\ &\dots \\ y_p &= w_{1p}x_1 + w_{2p}x_2 + \dots + w_{np}x_n \end{aligned}$$

что

$$\begin{aligned} \sigma(y_i, y_j) &= 0; i, j = \overline{1, n} \\ \sigma(y_1) &\geq \sigma(y_2) \geq \dots \geq \sigma(y_p) \\ \sum_i^n \sigma_{ii} &= \sum_i^n \sigma(y_i) \end{aligned}$$

Из последних выражений следует, что переменные  $y_i$  некоррелированы, упорядочены по возрастанию дисперсии и сумма дисперсий входных образов остается без изменений. Тогда подмножество первых  $p$  переменных  $y$  характеризует большую часть общей дисперсии. В результате получается представление входной информации.

Переменные  $y, i = 1, \dots, p$  называются главными компонентами. В матричной форме преобразование главных компонент можно представить как

$$Y = W^T X$$

где строки матрицы  $W^T$  должны удовлетворять условию ортогональности, т.е

$$\begin{aligned} W_i W_j^T &= 1, \forall i = j \\ W_i W_j^T &= 0, \forall i \neq j \end{aligned}$$

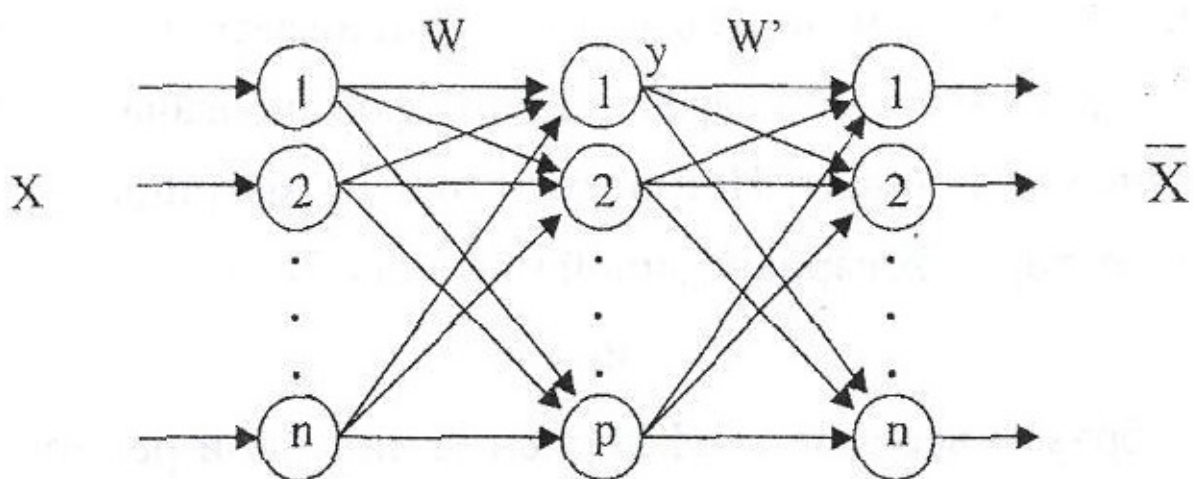
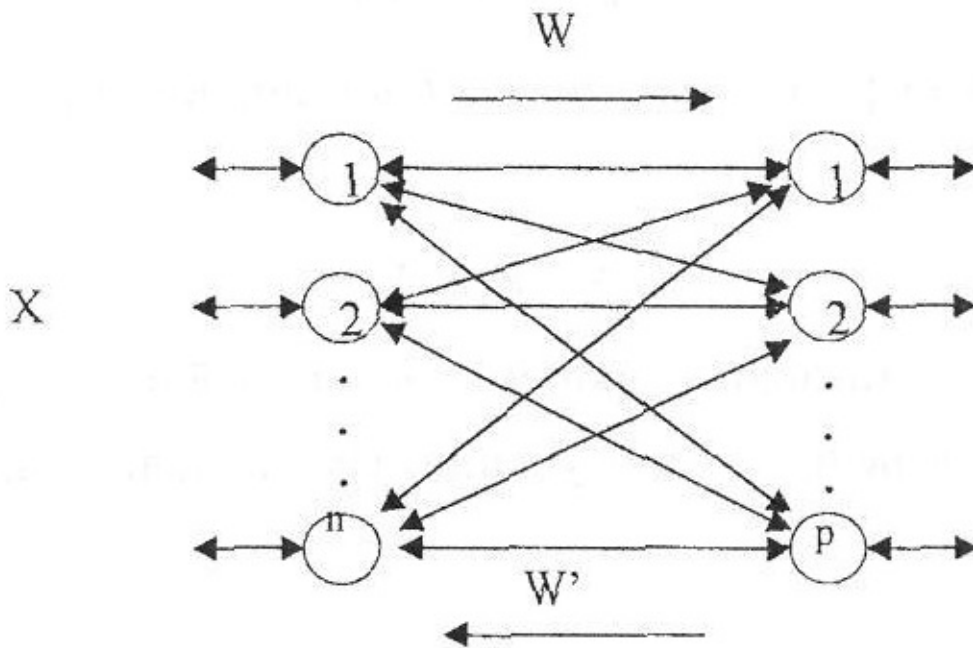
при этом вектор  $W_i$  определяется как

$$W_i = (w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{ni})$$

Для определения главных компонент необходимо определить весовые коэффициенты  $W_{i,j} = 1, \dots, p$ .

### Архитектура рециркуляционной нейронной сети

Рециркуляционная нейронная сеть представляет собой совокупность двух слоев нейронных элементов, которые соединены между собой двунаправленными связями.



Каждый из слоев нейронных элементов может использоваться в качестве входного или выходного. Если слой нейронных элементов служит в качестве входного, то он выполняет распределительные функции.

В противном случае нейронные элементы слоя являются обрабатывающими. Весовые коэффициенты

---

соответствующие прямым и обратным связям характеризуются матрицей весовых коэффициентов  $W$  и  $W'$ . Для наглядности, рециркуляционную сеть можно представить в развернутом виде.

Такое представление сети является эквивалентным и характеризует полный цикл преобразования информации. При этом промежуточный слой нейронных элементов производит кодирование (сжатие) входных данных  $X$ , а последний слой осуществляет восстановление сжатой информации  $Y$ . Назовем слой нейронной сети, соответствующий матрице связи  $W$  прямым, а соответствующий матрице связей  $W'$  — обратным.

Рециркуляционная сеть предназначена как для сжатия данных, так и для восстановления сжатой информации. Сжатие данных осуществляется при прямом преобразовании информации в соответствии с выражением:

$$Y = F(W^T X)$$

Восстановление или реконструкция данных происходит при обратном преобразовании информации:

$$X = F(WX)$$

В качестве функции активации нейронных элементов  $F$  может использоваться как линейная, так и нелинейная функции. При использовании линейной функции активации:

$$Y = W^T X$$

$$\bar{X} = WY$$

Линейные рециркуляционные сети, в которых весовые коэффициенты определяются в соответствии с методом главных компонент называются PCA сетями.

## Обработка изображений

Рециркуляционные нейронные сети можно применять для сжатия и восстановления изображений. Изображение делится на блоки. Блок называется окном, которому в соответствие ставится рециркуляционная нейронная сеть. Количество нейронов первого слоя сети соответствует размерности окна (количеству пикселей; иногда каждый цвет отдельно). Сканируя изображение при помощи окна и подавая его на нейронную сеть, можно сжать входное изображение. Сжатое изображение можно восстановить при помощи обратного распространения информации.

Пример работы нейронной сети можно увидеть ниже:



Слева исходное изображение, справа — восстановленное после сжатия. Использовалось окно размером 3 на 3 пикселя, количество нейронов на втором слое — 21, максимальная допустимая ошибка — 50. Коэффициент сжатия составил 0,77. Для обучения нейронной сети потребовалось 129 итераций.