
Определение комплексного коэффициента передачи электромагнитных сигналов при передаче информации по ADSL

Григорьева Ольга Сергеевна,
Пронькин Леонид Александрович,
Пудалев Тимофей Олегович,
Явношанов Дмитрий Александрович
Магистранты Института инженерной физики и радиоэлектроники СФУ,
Россия, Красноярск,
E-mail: pudalev@gmail.com

Двухпроводные симметричные линии связи широко распространены, в частности, в технологии семейства ADSL (асимметричных абонентских цифровых линий), которые ориентированы, прежде всего, на широкополосный доступ в Интернет при гарантированном качестве обслуживания с вероятностью возникновения ошибок в процессе передачи данных не более 10^{-7} . Для эффективного решения проблем «последней мили» обычно используют симметричные кабели и витые пары. Близкое расположение проводников кругового сечения в каждой их паре обеспечивает определенную помехозащищенность от внешних и взаимных влияний в линии связи. Вместе с тем, именно эта особенность создает дополнительное перераспределение плотности тока по сечению проводников, обусловленное эффектом близости. В итоге, вытеснение тока к поверхности проводников при повышенных частотах и его дополнительное перераспределение вследствие эффекта близости приводит к уменьшению вносимого линией коэффициента передачи, что ведет к ограничению полосы пропускания линий связи и к снижению максимально допустимой при заданном качестве обслуживания длины такой линии даже при идеальных прочих условиях. Применительно к реализации VDSL – Технологии (полоса частот от 1 МГц до 10 МГц, скорость передачи данных до 20 Мбит/с при длине «последней мили» 1,2 – 1,4 км), тоже относящийся к семейству ADSL, влияние вышеуказанных следствий становится еще более существенным. Обычные проектные оценки характеристик VDSL – линий связи базируются либо на аппроксимациях общетеоретических решений определенных модельных задач или на методиках эмпирически установленных соотношений и поправочных коэффициентов [1, с. 76].

Цель настоящей статьи заключается в дополнительном привлечении к методикам оценки комплексного коэффициента передачи в двухпроводных высокочастотных линиях, реализующих функцию «последней мили», вычислительного моделирования, точность которого может варьироваться. Такая возможность реализуется численными методами [2, с. 18] приближенного вычисления, в данном аспекте, распределения плотности тока по сечению проводников с последующим определением электромагнитной энергии потерь на единицу длины линии в единицу времени.

$$\Delta P = \frac{1}{\gamma} \int_S \delta_z^2(r, \varphi) ds,$$

где γ - удельная электропроводность проводников (для меди $\gamma \approx 0,562 \cdot 10^8 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$); $\delta_z(r, \varphi)$ - модуль комплексного значения плотности тока в круговом сечении проводника ($0 \leq r \leq r_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$); dS - элемент площади сечения ($dS = r dr d\varphi$).

Для вычисления комплексного коэффициента затухания α целесообразно обратиться к приближенной формуле:

$$\alpha \approx \frac{R_1}{2Z_B},$$

где Z_B - волновое сопротивление линии $Z_B = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \ln \frac{d-z_0}{z_0}$; d - расстояние между проводниками; z_0 - радиус проводника; ϵ_r - относительная диэлектрическая проницаемость среды, прилегающей к проводникам); R_1 - активное сопротивление линии на единицу ее длины ($R_1 = \frac{\Delta P}{I^2}$; $I = \int_{S_{\pi}} \delta_z(r, \varphi) dS$).

Теоретической основой вычисления комплексных значений $\delta_z(r, \varphi)$ является уравнение Максвелла:

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_0 \dot{\vec{H}}$$

где $(\dot{\vec{E}}, \dot{\vec{H}})$ - комплексные значения напряженностей электрического и магнитного поля соответственно; ω - угловая частота переменного тока в проводниках ($\omega = 2\pi f$).

Действительно, умножая уравнение (3) на γ и учитывая, что, $\mu_0 \dot{\vec{H}} = \text{rot} \dot{\vec{A}}$, получим

$$\text{rot} \dot{\delta}_z = -j\omega\gamma \text{rot} \dot{A}_z,$$

где $\dot{A}_z(r, \varphi)$ - комплекс осевой составляющей векторного потенциала электромагнитного поля.

В расчетной схеме (Рис.1), соответствующей геометрии круговых сечений, электромагнитное поле является плоскопараллельным, для которого:

$$\dot{A}_z(M) = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_S \dot{\delta}_z(Q) K(Q, M) dS,$$

где $K(Q, M)$ - функция влияния элементов с плотностями тока в переменных точках $Q(r, \varphi)$ интегрирования по области $S = S_1 \cup S_2$ на значение векторного потенциала в фиксированной точке $M(r, \varphi)$, ($K(Q, M) = \ln \frac{1}{r_{QM}}$, r_{QM} - нормированное расстояние между точками Q и M по отношению к максимальному, которое в расчетной схеме рис.1 определено отрезком $\bar{1}\bar{1}'$).

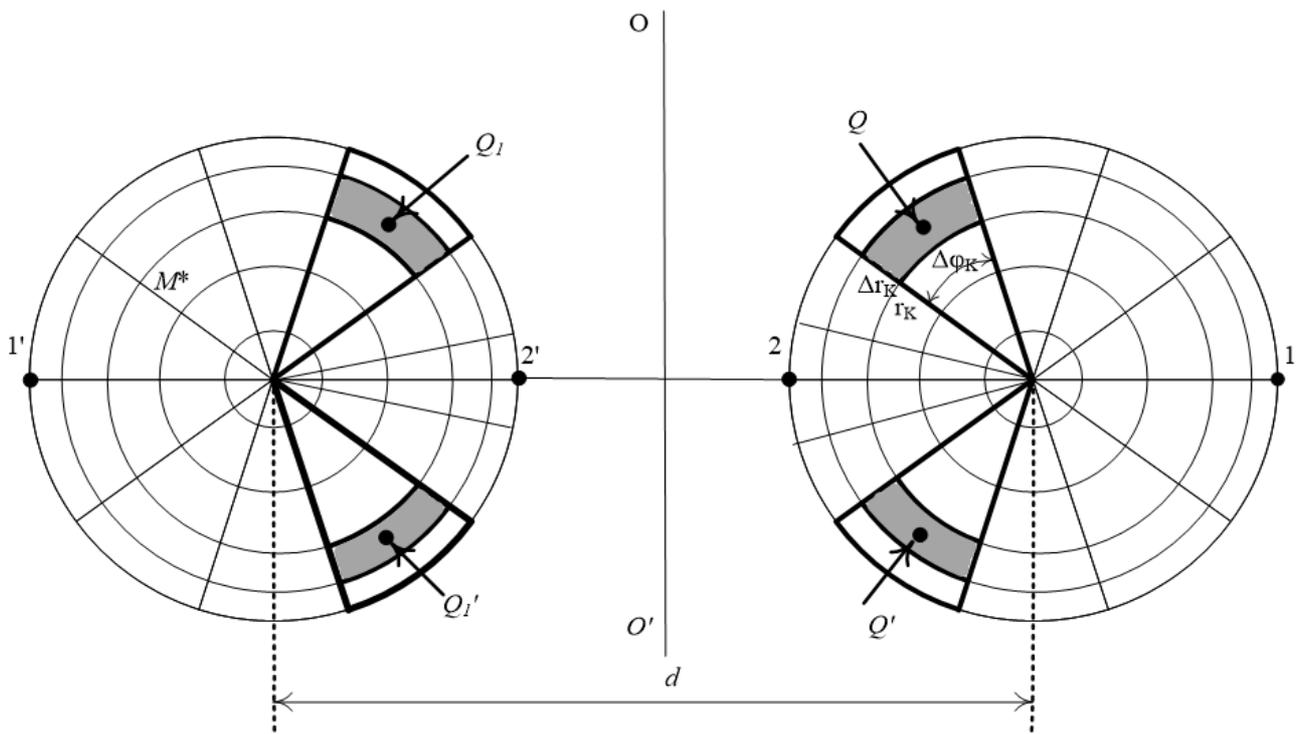


Рисунок 1 – Сеточная расчетная схема

Принимая во внимание соотношение (5) в дифференциальном уравнении (4), перешем последнее в виде однородного интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода от тельного искомого распределения $\dot{\delta}_z(r, \varphi)$:

$$\dot{\delta}_z + \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \int_S \dot{\delta}_z(Q)K(Q, M)dS = 0, \text{ при } \int_{S_{\Pi}} \dot{\delta}_z(r, \varphi)dS = I.$$

Для нахождения дискретного распределения $\delta_z(r, \varphi)$ заменим интегральное уравнение (6) аппроксимирующей системой линейных уравнений согласно сеточной расчетной схеме с учетом априорной информации. Плотности тока имеют повышенные значения у поверхности проводников, что учитывается уменьшением ширины кольцевых областей с их приближением к поверхности проводников (Рис.1). Кроме этого, площадь каждого криволинейного квадрата, задаваемая радиальными линиями, следует уменьшать с приближением к окрестности сечений у точек 2,2' с максимальной плотностью тока и увеличивать с приближением к окрестности сечений у точек 1,1', что позволяет учесть и влияние эффекта близости проводников с током. Симметрия распределения равных значений плотности тока относительно линии, проведенной через центры сечений проводников, учитывается равенствами площадей соответствующих криволинейных квадратов, центры которых определяют координаты точек Q, Q', Q_1, Q_1' , указанных на рис.1 схематически.

Таким образом, если число криволинейных квадратов в сечении проводника равно N (N четное), то с учетом их симметрии в сечении число искоемых значений δ_z равно $N/2$. Учитывая, что относительно линии симметрии значения δ_z имеют противоположные знаки, аппроксимирующая система линейных уравнений имеет вид

$$\dot{\delta}_{(i)} + j\xi \sum_{K=1}^{N/2} a_{(K)} \dot{\delta}_{(K)} = 0; i, k = 1, 2, \dots, N/2$$

где ξ - параметр системы уравнений ($\xi = \frac{\omega\gamma\mu_0}{2\pi} = f\gamma\mu_0$);

$$a_{(k)} - \text{коэффициенты, зависящие от текущих значений } (a_{(k)} = \left[\ln \frac{Q_1 M}{Q M} + \ln \frac{Q_1' M}{Q' M} \right] \Delta S$$

$Q_1 M, Q M, Q_1' M, Q' M$ - длины отрезков, представляющих расстояния до точки M от центров соответствующих криволинейных квадратов с площади $\Delta S_{(K)} = r_K \Delta r_K \Delta \varphi_K$).

Разделяя вещественные и мнимые части искомых значений плотностей тока, с учетом того, что $\dot{\delta}_{(i)} = \delta_{(i)} + j\delta^*_{(i)}$, $j\dot{\delta}_{(k)} = -\delta^*_{(k)} + j\delta^*_{(k)}$, систему (7) запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{(i)} - \xi \sum_{K=1}^{N/2} a_{(K)} \delta^*_{(K)} &= 0 \\ \delta^*_{(i)} + \xi \sum_{K=1}^{N/2} a_{(K)} \delta_{(K)} &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Численное решение вещественной системы уравнений (8) получается итерационным методом [2] при условии равномерного распределения и равенства вещественных и мнимых частей $\dot{\delta}_2$ на начальной стадии вычислительного процесса. С увеличением N точность решения возрастает.

Литература

1. Андреев В.А., Портнов Э.Л., Когановский Л.Н., Направляющие системы электросвязи. Том 1 – Теория передачи и влияния / Под ред. В.А. Андреева, М.: Горячая линия – Телеком, 2011. – 424с.
2. Демирчан К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей, М.: Высшая школа, 1986. – 240 с.