Определение комплексного коэффициента передачи электромагнитных сигналов при передаче информации по ADSL

Григорьева Ольга Сергеевна,
Пронькин Леонид Александрович,
Пудалев Тимофей Олегович,
Явношанов Дмитрий Александрович
Магистранты Института инженерной физики и радиоэлектроники СФУ,
Россия, Красноярск,
E-mail: pudalev@gmail.com

Двухпроводные симметричные линии связи широко распространены, в частности, в технологии семейства ADSL (асимметричных абонентских цифровых линий), которые ориентированы, прежде всего, на широкополосный доступ в Интернет при гарантированном качестве обслуживания с вероятностью возникновения ошибок в процессе передачи данных не более 10^{-7}. Для эффективного решения проблем «последней мили» обычно используют симметричные кабели и витые пары. Близкое расположение проводников кругового сечения в каждой их паре обеспечивает определенную помехозащищенность от внешних и взаимных влияний в линии связи. Вместе с тем, именно эта особенность создает дополнительное перераспределение плотности тока по сечению проводников, обусловленное эффектом близости. В итоге, вытеснение тока к поверхности проводников при повышенных частотах и его дополнительное перераспределение вследствие эффекта близости приводит к уменьшению вносимого линией коэффициента передачи, что ведет к ограничению полосы пропускания линий связи и к снижению максимально допустимой при заданном качестве обслуживания длины такой линии даже при идеальных прочих условиях. Применительно к реализации VDSL – Технологии (полоса частот от 1 МГц до 10 МГц, скорость скорость передачи данных до 20Мбит/с при длине «последней мили» 1,2 – 1,4 км), тоже относящийся к семейству ADSL, влияние вышеуказанных следствий становится еще более существенным. Обычные проектные оценки характеристик VDSL – линий связи базируются либо на аппроксимациях общетеоретических решений определенных модельных задач или на методиках эмпирически установленных соотношений и поправочных коэффициентов [1, с. 76].

Цель настоящей статьи заключается в дополнительном привлечении к методикам оценки комплексного коэффициента передачи в двухпроводных высокочастотных линиях, реализующих функцию «последней мили», вычислительного моделирования, точность которого может варьироваться. Такая возможность реализуется численными методами [2, с. 18] приближенного вычисления, в данном аспекте, распределения плотности тока по сечению проводников с последующим определением электромагнитной энергии потерь на единицу длины линии в единицу времени.

$$\Delta P = \frac{1}{\gamma}\int_S \delta_z^2(r,\phi)ds ,$$

где γ - удельная электропроводность проводников (для меди $\gamma \approx 0,562 \cdot 10^8 \frac{1}{Ом \cdot м}$); $\delta_z(r,$
модуль комплексного значения плотности тока в круговом сечении проводника
$0 \le r \le r_0, 0 \le \varphi \le 2\pi$); dS – элемент площади сечения ($dS = rdrd\varphi$).

Для вычисления комплексного коэффициента затухания α целесообразно обратить
приближенной формуле:

$$\alpha \approx \frac{R_1}{2Z_B},$$

где Z_B - волновое сопротивление линии $Z_B = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}ln\frac{d - z_0}{z_0}$; d - расстояние между
трами проводников; z_0 - радиус проводника; ε_r - относительная диэлектрическая прони
мость среды, прилегающей к проводникам); R_1 - активное сопротивление линии на един
ее длины ($R_1 = \Delta P / I^2$; $\dot{I} = \int_{S_П} \delta_z(r,\varphi)dS$).

Теоретической основой вычисления комплексных значений $\delta_z(r,\varphi)$ является ура
ние Максвелла:

$$rot\dot{\bar{E}} = -j\omega\mu_0\dot{\bar{H}}$$

где $(\dot{\bar{E}}, \dot{\bar{H}})$ – комплексные значения напряженностей электрического и магнитного поля со
ветственно; ω - угловая частота переменного тока в проводниках ($\omega = 2\pi f$).

Действительно, умножая уравнение (3) на γ и учитывая, что, $\mu_0\dot{\bar{H}} = rot\dot{\bar{A}}$, получим

$$rot\dot{\delta}_z = -j\omega\gamma rot\dot{A}_z,$$

где $\dot{\bar{A}}_z(r,\varphi)$ – комплекс осевой составляющей векторного потенциала электромагнитного п

В расчетной схеме (Рис.1), соответствующий геометрии круговых сечений, электро
нитное поле является плоскопараллельным, для которого:

$$\dot{\bar{A}}_z(M) = \frac{\mu_0}{2\pi}\int_S \dot{\delta}_z(Q)K(Q,M)dS ,$$

где $K(Q,M)$ – функция влияния элементов с плотностями тока в переменных точка $Q(r,\varphi)$
тегрирования по области $S = S_1 \cup S_2$ на значение векторного потенциала в фиксирова
точке $M(r,\varphi)$, ($K(Q,M) = ln\frac{1}{r_{QM}}$, r_{QM} - нормированное расстояние между точками Q и M п
ношению к максимальному, которое в расчетной схеме рис.1 определено отрезком $\overline{1}\,\overline{1}^1$).

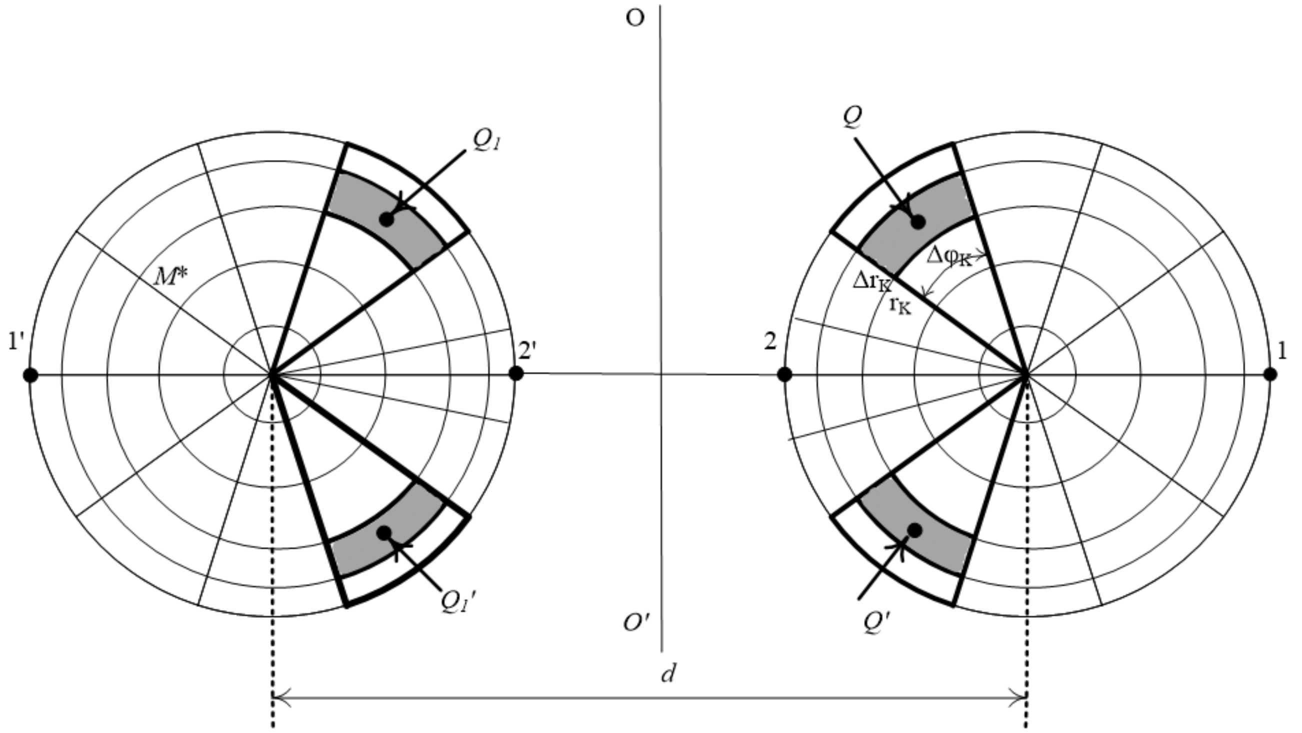

Рисунок 1 – Сеточная расчетная схема

Принимая во внимание соотношение (5) в дифференциальном уравнении (4), пер
шем последнее в виде однородного интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода отн
тельного искомого распределения $\dot{\delta}_z(r,\varphi)$:

$$\dot{\delta}_z + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{2\pi}\int_S \dot{\delta}_z(Q)K(Q,M)dS = 0 \text{ , при } \int_{S_П} \dot{\delta}_z(r,\varphi)dS = \dot{I}.$$

Для нахождения дискретного распределения δ_Z (r,φ) заменим интегральное уравнение (6) аппроксимирующей системой линейных уравнений согласно сеточной расчетной схеме с учетом априорной информации. Плотности тока имеют повышенные значения у поверхности проводников, что учитывается уменьшением ширины кольцевых областей с их приближением к поверхности проводников (Рис.1). Кроме этого, площадь каждого криволинейного квадрата, задаваемая радиальными линиями, следует уменьшать с приближением к окрестности сечений у точек 2,2' с максимальной плотностью тока и увеличивать с приближением к окрестности сечений у точек 1,1', что позволяет учесть и влияние эффекта близости проводников с током. Симметрия распределения равных значений плотности тока относительно линии, проведенной через центры сечений проводников, учитывается равенствами площадей соответствующих криволинейных квадратов, центры которых определяют координаты точек Q, Q', Q_1, Q_1', указанных на рис.1 схематически.

Таким образом, если число криволинейных квадратов в сечении проводника равно N (N четное), то с учетом их симметрии в сечении число искомых значений δ_Z равно N/2. Учитывая, что относительно линии симметрии значения δ_Z имеют противоположные знаки, аппроксимирующая система линейных уравнений имеет вид

$$\dot{\delta}_{(i)} + j\xi\sum_{K=1}^{N/2} a_{(K)}\dot{\delta}_{(K)} = 0;\ i,k = 1,2,\ldots,N/2\ ,$$

где ξ - параметр системы уравнений ($\xi = \dfrac{\omega\gamma\mu_0}{2\pi} = f\gamma\mu_0$);

$a_{(K)}$ - коэффициенты, зависящие от текущих значений ($a_{(K)} = \left[ln\dfrac{Q_1M}{QM} + ln\dfrac{Q_1'M}{Q'M}\right]\Delta S$

$Q_1M, QM, Q_1'M, Q'M$ - длины отрезков, представляющих расстояния до точки M от цен
соответствующих криволинейных квадратов с площади $\Delta S_{(K)} = r_K\Delta r_K\Delta\varphi_K$).

Разделяя вещественные и мнимые части искомых значений плотностей тока, с уч
того, что $\dot{\delta}_{(i)} = \delta_{(i)} + j\delta*_{(i)}$, $j\dot{\delta}_{(K)} = -\delta*_{(K)} + j\delta*_{(K)}$, систему (7) запишем в виде:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{(i)} - \xi\sum_{K=1}^{N/2} a_{(K)}\delta*_{(K)} &= 0 \\ \delta*_{(i)} + \xi\sum_{K=1}^{N/2} a_{(K)}\delta_{(K)} &= 0 \end{aligned}\right\} .$$

Численное решение вещественной системы уравнений (8) получается итерацион
методом [2] при условии равномерного распределения и равенства вещественных и мни
частей $\dot{\delta}_z$ на начальной стадии вычислительного процесса. С увеличением N точность реш
возрастает.

Литература

1. Андреев В.А., Портнов Э.Л., Когановский Л.Н., Направляющие системы электросвязи. Том 1 – Теория передачи и влияния / Под ред. В.А. Андреева, М. : Горячая линия – Телеком, 2011. – 424с.
2. Демирчан К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей, М.: Высшая школа, 1986. – 240 с.