Изучение динамики привода шпинделя металлорежущих станков с учетом влияния динамической связи, формируемой процессом резания

Нгуен Нгок Бинь,
Аспирант

Фам Динь Тунг
доц, д.т.н,

Вьетнамский государственный технический университет
имени Ле Куй Дона

Аннотация.

Динамические свойства привода исполнительных элементов, прежде всего, привода шпинделя за счёт реакции со стороны процесса резания могут существенно менять свои свойства. В этой статьи предлагаются математические модели динамической системы провода шпинделя, например, на токарном станке с учетом влияния процесса резания. При этом нелинейная динамическая связь, формируемая процессом резания, представляется в координатах состояния системы. Она зависит от параметров инструмента, заготовки и параметров двигателя. Приведен бифуркационный анализ равновесия системы в зависимости от параметров системы. Было показано, что на изменение динамических свойств серводвигателей принципиальное влияние оказывает соотношение номинальной мощности двигателей и мощности процесса обработки. Если мощность двигателя существенно больше мощности резания, то реакцией со стороны обработки можно пренебречь. В противном случае динамическая система, например, вращения шпинделя, становится существенно нелинейной. При определённых режимах нелинейные функции, характеризующие динамическую связь, являются неоднозначными. В этом случае в зависимости от напряжения якоря двигателя возможно существование трех точек равновесия, одна из которых является неустойчивой; по мере увеличения напряжения якоря наблюдается бифуркация точки равновесия системы типа вилки, точки равновесия обладают ограниченной областью притяжения.

Ключевое слово. Динамика привода шпинделя, процесса резания, равновесие, бифуркация, область притяжения.

Введение

Механическая обработка на металлорежущих станках имеет решающее значение для производственного процесса с точки зрения объема и затрат. Стабильность движений исполнительных элементов, задаваемых приводами, является одним из наиболее важных факторов для работы станков, поскольку ее поведение напрямую влияет на срок службы станка, точность и качество изготовляемого изделия. При проектировании управляемых приводов металлорежущих станков принимают во внимание момент сопротивления, действующий на ротор двигателя, как некоторую постоянную величину или заданную функцию времени внешнего воздействия. Однако момент сопротивления можно представить в координатах состояния системы, так как он, в основном формируется силами резания, в свою очередь, силы резания зависит от координат системы. Кроме того, характеристика силы резания в координатах состояния системы обладает нелинейностью.

Нелинейный анализ динамики шпинделя был проведен для повышения качества

изготовляемого изделия. Вибрации станка для ортогонального резания были охарактеризованы с помощью бифуркационной диаграммы (Dombovari и др, 2008). Вибрация в системе шпинделя проанализирована с использованием динамики изменения скорости вращения шпинделя (Cao et al., 2012), когда небольшая вибрация допустима. Кроме того, вибрация станка была изучена с использованием бифуркации Хопфа для системы задержки (Xie et al., 2012). Была предложена система шпинделя для использования диаграммы динамической устойчивости путем интеграции шпинделя, зависящего от скорости. Передаточная функция стабильности вибрации (Gagnol et al., 2007). Анализ возмущений использовался для определения динамической устойчивости шпиндельной системы (Canniere et al., 1981), при этом анализ устойчивости можно использовать только для малых значений параметров. Jemielniak and Widota (1984) проанализировали влияние изменений скорости вращения шпинделя на стабильность обработки с использованием амплитудного коэффициента. Коэффициент усиления амплитуды был получен для одной частоты колебаний без учета влияния на номинальную скорость вращения шпинделя. Jayaram и др (2000) представили анализ устойчивости системы шпинделя с использованием линейного дифференциального уравнения с изменяющимся во времени запаздыванием. HuihuiMiao и др (2022) исследовали влияние нелинейных характеристик кинематических соединений на динамику системы колонна-шпиндель. В исследовании Juan Xu и др были изучены вибрационные характеристики реакции на дисбаланс системы шпинделя.

В отличие от приведенных исследований, в этой статьи было проанализировано влияние реакции со стороны процесса резания на динамику вращения шпинделя. Для этого, предлагаются математические модели динамики шпинделя с учетом влияние динамической связи, формируемой процессом резания. Эта нелинейная связь представляется в координатах состояния системы. Она зависит от параметров инструмента, заготовки и параметров двигателя. Приведен бифуркационный анализ равновесия системы в зависимости от параметров системы, в том числе, от напряжения якоби. Численно анализировать изменение фазовых потретов системы.

2. Математическая модель

При анализе динамики приводов на металлорежущих станках главное значение имеют закономерности взаимодействия серводвигателей с процессом обработки. Необходимо учитывать, что реакция со стороны процесса резания проявляется, прежде всего, в приводах вращения шпинделя. Это связано с тем, что приводы подачи суппортов имеют механическую часть с большим передаточным отношением. Поэтому ограничимся, случаем взаимодействия серводвигателя вращения шпинделя с процессом резания (рис. 1). Будем считать якорь двигателя шпинделя, жёстко соединённым со шпинделем. Тогда уравнение динамики привода шпинделя имеет вид

$$T_{ЭМ}T_{Э}\frac{d^2\omega}{dt^2} + T_{ЭМ}\frac{d\omega}{dt} + \omega = U_E(t) - U_M(t) \quad (1)$$

где $U_E = \frac{U}{c_e}$ - напряжение якоря, приведенное к частоте вращения шпинделя; $U_M(t) = \frac{R_Д}{c_e c_M}\left\{M(t) + T_Э\frac{dM(t)}{dt}\right\}$ - момент, действующий на ротор двигателя, приведённый к частоте вращения шпинделя; $T_{ЭМ} = \frac{JR}{c_e c_M}$, $T_Э = \frac{L}{R}$, $T_э = L/R$ - соответственно электромеханическая и электрическая постоянные времени; J, R, L - соответственно момент инерции, приведённый к ротору двигателя, сопротивление и индуктивность цепи якоря; c_e, c_M- параметры двигателя; ω частота шпинделя; $R_Д$ - радиус заготовки в точке контакта с ней режущего

инструмента.

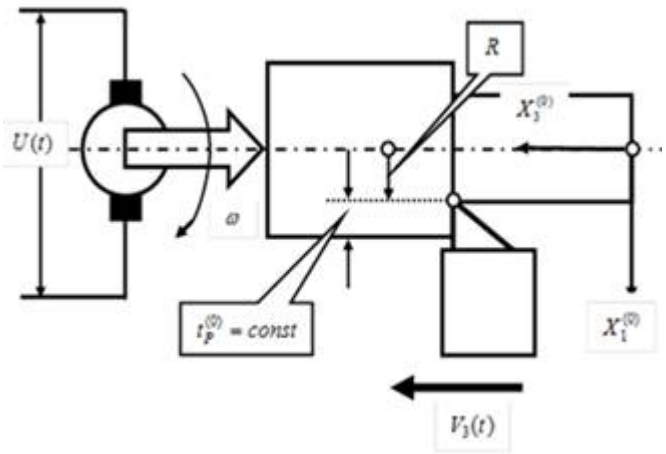

Рис. 1. Схема формирования момента сопротивления вращения шпинделя в координатах состояния динамической системы резания

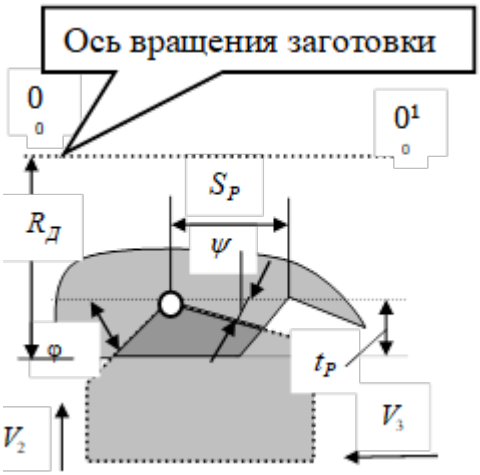

Рис. 2. Схема формирования площади срезаемого слоя

Для полного раскрытия уравнения (1) необходимо представить момент $M(t)$ в координатах состояния системы. Ограничимся случаем, когда упругими деформациями можно пренебречь. Кроме того, рассмотрим стационарное состояние системы, когда скорость продольной подачи есть величина постоянная, а скорость поперечных перемещений суппорта равна нулю. Тогда для определения момента, формируемого процессом резания, сначала необходимо определить силы, формируемые процессом резания. Для этого, используем следующие гипотезы [11].

1. Модуль силы резания пропорциональна площади срезаемого слоя, т.е.

$$F_0(t) = \sigma S(t) \quad (2)$$

где σ - коэффициент пропорциональности между силами и площадью срезаемого слоя, имеющий смысл давления, действующего стружкой на переднюю поверхность инструмента; $S(t)$ - площадь срезаемого слоя, определяемая следующей формулой

$$S(t) = S_P t_P - \xi S_P{}^2 \quad (3)$$

где $\zeta = \frac{1}{2}\frac{tg\phi tg\psi}{tg\phi + tg\psi}$; φ, ψ - передний и задний углы инструмента; $S_P = \int_{t-T}^{t}[V_3(t)dt$ -

величина подачи или путь, пройденный вершиной инструмента за время одного оборота $T = \frac{2\pi}{\omega}$; $t_P(t) = R_Д - \int_0^t V_2(t)dt$ - величина припуска, зависящее от положения вершины инструмента по отношению к оси вращения заготовки ($\int_0^t V_2(t)dt$) и радиусу заготовки по оси вращения инструмента. Если в момент врезания и далее $V_2(t) = 0$, то $t_P = R_Д - X_2(0)$.

2. Будем считать справедливой гипотезу неизменной ориентации сил в пространстве в пределах одного оборота заготовки, то есть

$$F \quad = F_0\chi \quad (4)$$

где $\chi = \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$ - вектор угловых коэффициентов ориентации силы резания, т.е. $|\chi| = \{\sqrt{\chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_3^2} = 1$.

Полагая $\zeta = 0$ [] и $\chi_i = const$, имеем

$$F_0 = \sigma t_P\{\int_{t-T}^{t} V_3\, dt - \xi\left(\int_{t-T}^{t} V_3\, dt\right)^2\} \quad (5)$$

Рассмотрим случай, когда скорость подачи $V_3 = const$, а задний угол ψ мал, то величина ξ мала и ею можно пренебречь. Тогда уравнение (5) можно представить в виде

$$F_0 = \sigma t_P \int_{t-T}^{t} V_3\, dt \quad (6)$$

Тогда уравнение момент сопротивления вращения шпинделя со стороны процесса резания имеет вид

$$M(t) = \chi_1 R_Д \sigma t_P \int_{t-T}^{t} V_3\, dt = \chi_1 R_Д \sigma t_P V_3 T = \frac{k_m}{\omega} \quad (7)$$

где $k_m = 2\pi\chi_1 R_Д \sigma t_P V_3$ - некоторый коэффициент, определяющий влияние процесса резания на динамику провода шпинделя.

$$U_M(t) = \frac{R_Д}{c_e c_M} k_m \left\{\frac{1}{\omega} - \frac{T_Э}{\omega^2}\frac{d\omega}{dt}\right\} \quad (8)$$

Уравнение динамики привода шпинделя с учетом влияния реакции со стороны процесса резания имеет вид

$$T_{ЭМ}T_Э\frac{d^2\omega}{dt^2} + T_{ЭМ}\frac{d\omega}{dt} + \omega + k_\omega\left(\frac{1}{\omega} - \frac{T_Э}{\omega^2}\frac{d\omega}{dt}\right) = U_E(t) \quad (9)$$

где $k_\omega = \frac{R_Д}{c_e c_M} k_m$ - коэффициент, учитывающий влияние скорости вращения шпинделя на момент сопротивления вращения ротора серводвигателя. Он имеет смысл квадрата частоты, определяемой моментом сопротивления в установившемся состоянии.

По мере увеличения отношения скорости подачи к скорости резания изменяется значение кинематического заднего угла [11]. В результате существенно возрастают силы, действующие на заднюю грань инструмента, которые направлены против скорости подачи. Поэтому для полного описания зависимости и свойств динамической системы привода вращения шпинделя необходимо

ввести в рассмотрение дополнительные силы, действующие на заднюю грань инструмента.

Будем считать, что упругие деформации инструмента отсутствуют. Тогда дополнительные силы, действующие на инструмент со стороны его задней грани, определяются двумя преобразованиями. Во-первых, зависимостью кинематического заднего угла от отношения скорости подачи к скорости резания, во-вторых, зависимостью сил от сближения задней поверхности инструмента с заготовкой. Эти силы, приведенные к частоте вращения ротора двигателя шпинделя, представляются в виде

$$M(t) = k_m\left(\frac{1}{\omega} - \frac{k_s}{\omega^2}\right) \quad (10)$$

где k_s- коэффициент, учитывающий влияние сил, действующих на заднюю грань инструмента. В выражении (10) принято во внимание, что по мере уменьшения частоты силы, действующие на заднюю грань инструмента, увеличиваются быстрее, чем силы, действующие на переднюю его поверхность. Область функции (10) определяется частотным диапазоном $\omega \in (0,\infty)$. Тогда уравнение динамики привода вращения шпинделя будет

$$T_{ЭМ}T_Э\frac{d^2\omega}{dt^2} + \left[k_\omega\left(\frac{2k_s}{\omega^3} - \frac{1}{\omega^2}\right) + T_{ЭМ}\right]\frac{d\omega}{dt} + \omega + k_\omega\left(\frac{1}{\omega} - \frac{k_s}{\omega^2}\right) = U_E(t) \quad (11)$$

Очевидно, что уравнения (9), (11) принципиально отличается от уравнения двигателя постоянного тока [12,13], прежде всего, наличием нелинейных элементов.

3. Бифуркационный анализ системы и результаты моделирования

Сначала рассмотрим свойства равновесия системы (9). Равновесие системы определяется исходя из условия: скорость вращения шпинделя неизменна, тогда точка равновесия определяется из уравнения

$$U_E(t) = \frac{k_\omega}{\omega_0} + \omega_0 \quad (10)$$

Пусть напряжение, приведённое к частоте вращения двигателя, есть величина постоянная, то есть $U_E = const$. Ему соответствуют следующие значения частоты вращения двигателя (рис. 3)

$$\omega_0^{(i)} = \frac{U_E \pm \sqrt{(U_E)^2 - 4k_\omega}}{2}, i = 1,2 \quad (11)$$

При $(U_E)^2 < 4k_\omega$ не существует управления, которому соответствуют вещественные частоты вращения ротора. При $(U_E)^2 > 4k_\omega$ одному и тому же значению напряжения на якоре соответствую две точки равновесия. Не трудно показать, что верхняя ветвь смещения соответствует устойчивым точкам равновесия (например, частота $\omega_0^{(i)}$ на рис. 3). Нижняя ветвь – неустойчивым (например, частота $\omega_0^{(k)}$ на рис. 3).

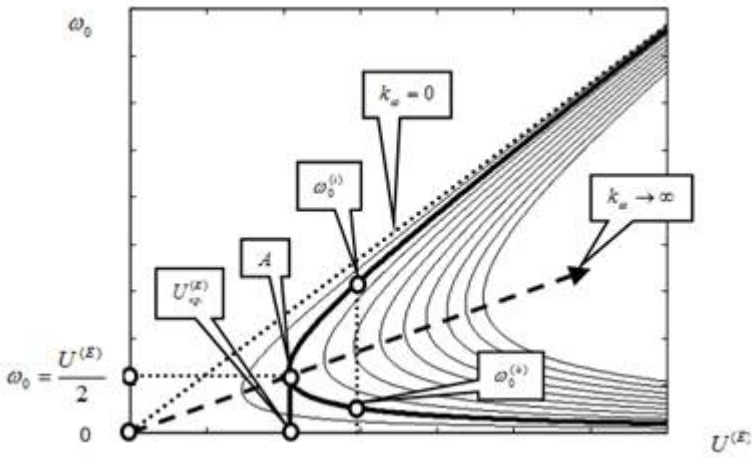

Рис. 3. Диаграммы смещения точек равновесия привода вращения шпинделя в зависимости от напряжения якоря при различных значениях коэффициента k_ω

Для анализа устойчивости согласно теории Ляпунова [14,15] необходимо рассмотреть уравнение в вариациях относительно точки равновесия. Рассмотрим систему (9) в вариациях относительно точки равновесия после замены $\omega(t) = \omega_0 + \Omega(t)$ и примем во внимание, что $\Omega(t) \to 0$. Тогда

$$T_{ЭМ}T_Э\frac{d^2\Omega}{dt^2} + \{T_Э - \frac{k_\omega T_Э}{(\omega_0)^2}\}\frac{d\Omega}{dt} + (1 - \frac{k_\omega}{(\omega_0)^2})\Omega = 0 \quad (12)$$

Потеря устойчивости равновесия зависит от знака элемента $(1 - \frac{k_\omega}{(\omega_0)^2})$. Поэтому на рассматриваемых двух ветвях траектории смещения равновесия с условием $(U_E)^2 - 4k_\omega > 0$. Поэтому $(1 - \frac{k_\omega}{(\omega_0)^2}) > 0$ при условии $\sqrt{(U_E)^2 - 4k_\omega} + U_E$, что соответствует верхней ветви траектории (рис. 3). Если $\sqrt{(U_E)^2 - 4k_\omega} - U_E$, что соответствует нижней ветви, то $(1 - \frac{k_\omega}{(\omega_0)^2}) < 0$. Таким образом, нижняя ветвь соответствует неустойчивому равновесию.

Приведём пример фазового портрета системы для двигателя, имеющего следующие параметры: $U = 220 вольт$, $T_{ЭМ} = 0{,}0482 с$, $T_Э = 0{,}03642 с$, $c_e = 0{,}68 в \cdot с$, $k_\omega = 20000$ (рис. 4).

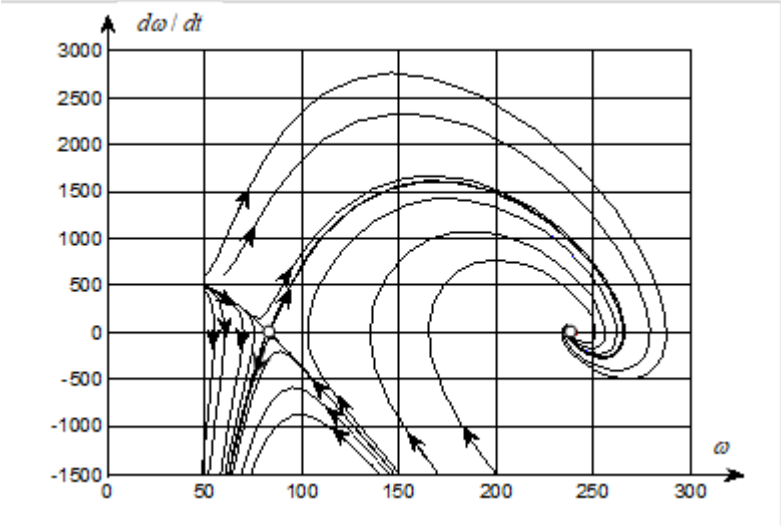

Рис. 4. Фазовой потрет системы

Как видно, система имеет две точки равновесия: (O_1) и (O_2). Первая точка O_1 является неустойчивой. Вторая точка O_2-устойчива. Эти точки формируют две области, разделённые сепаратриссной кривой. Причем, одна ветвь сепаратриссы характеризует аттрактор, асимптотически притягивающийся к точке равновесия O_2.

Теперь рассмотрим биффуркационные свойства системы (11). Прежде всего, рассмотрим точки равновесия системы (11) для напряжения якоря двигателя $U^{(E)} = const$. Для пояснения влияния реакции со стороны процесса резания на равновесия системы удобно воспользоваться графической интерпретацией формирования точек равновесия (рис. 5). Уравнение для определения точки равновесия ω_0 будет

$$\omega + k_\omega\left(\frac{1}{\omega} - \frac{k_s}{\omega^2}\right) = U_E(t) \quad (13)$$

Очевидно, что свойства равновесия системы определяется коэффициентом k_ω. При коэффициенте $k_\omega \to 0$ свойство двигателя определяется традиционной пропорциональной зависимостью частоты якоря от напряжения U_E. В свою очередь, коэффициент k_ω зависит от отношения мощности двигателя к мощности процесса резания. В частности, если мощность двигателя неограниченно возрастает, то реакция со стороны процесса резания на зависимость точек равновесия от напряжения якоря нивелируется. В том же случае, когда мощность двигателя и процесса резания соизмеримы, то в области малых частот вращения

двигателя формируется область неоднозначности в зависимости частоты вращения от напряжения якоря. При этом по мере увеличения напряжения имеют место бифуркации точки равновесия типа вилки. Например, для напряжения U_E^i соответствуют три точки равновесия: «1», «2» и «3». Причем равновесие, соответствующее точке «2», является неустойчивым. Неустойчивыми являются все точки равновесия, находящиеся на кривой «B-D». Таким образом, при возрастании напряжения траектория смещения точек равновесия соответствует кривой «A-B-C», при уменьшении – кривой «C-D-A».

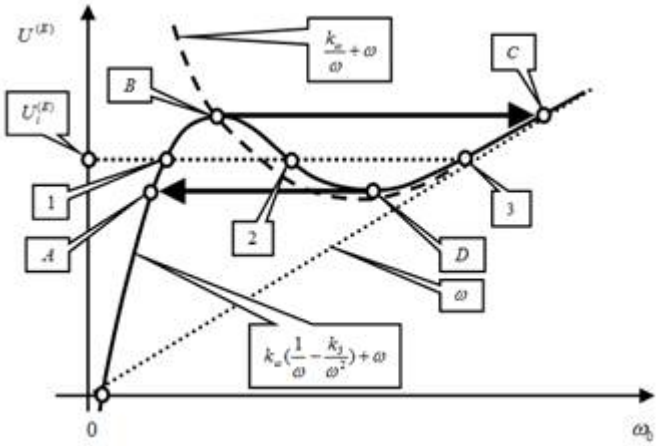

Рис. 5. Диаграммы смещения точек равновесия привода вращения шпинделя в зависимости от напряжения якоря

Для этого случая приведём пример фазового портрета системы (рис. 6). Блок схема и программа для вычисления фазовой траектории также приведена в приложении. Здесь имеется три точки равновесия $O^{(1)}$, $O^{(2)}$ и $O^{(3)}$. Причем, точка $O^{(2)}$ является неустойчивой. Из этой точки выходят сепаратриссные кривые, которые делят фазовое пространство на две области притяжения точек равновесия $O^{(1)}$ и $O^{(3)}$.

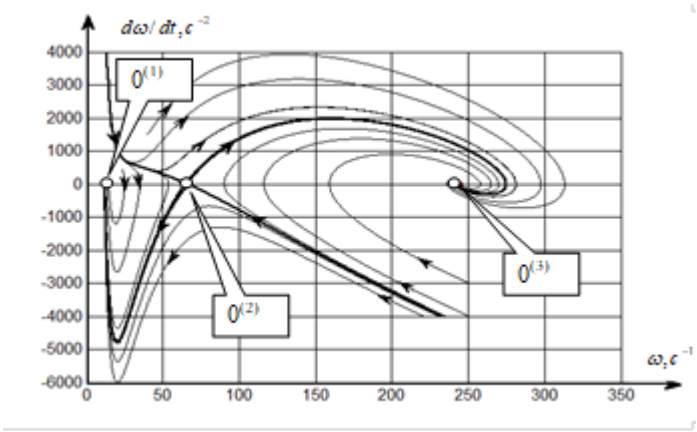

Рис.6 Фазовой потрет динамической системы привода вращения шпинделя с процессом резания

Проанализируем полученный результат.

1. Динамические свойства серводвигателей за счёт реакции со стороны процесса резания могут существенно менять свои свойства.

2. Влияние процесса резания на динамические свойства привода вращения шпинделя зависит, как от параметров процесса резания, так и от параметров двигателя. Характерно, что по мере уменьшения мощности серводвигателя по сравнению с мощностью процесса резания проявление нелинейности свойств двигателя возрастает. Кроме этого, для асимптотически устойчивой точки равновесия существует ограниченная область притяжения.

3. С первого взгляда, существование неустойчивой точки равновесия противоречит физическим представлениям о свойствах серводвигателей. Однако необходимо учитывать, что по мере уменьшения скорости резания при неизменной скорости подачи существенно возрастает площадь срезаемого слоя. В результате непропорционально быстро увеличивается момент сопротивления, который при недостаточной мощности двигателя вращения шпинделя может превышать момент двигателя. Это один из механизмов формирования заклинивания режущего

инструмента.

Приведённый материал показывает, что для системы динамики привода исполнительных элементов необходимо учитывать реакцию со стороны процесса резания. Для обеспечения устойчивости системы необходимо согласовывать параметры двигателя со свойствами динамической связи, формируемой процессом резания.

Заключение

За счёт реакции со стороны процесса резания изменяются динамические свойства серводвигателей исполнительных элементов станка. В этом случае реакция со стороны процесса резания представляется в координатах состояния системы. На изменение динамических свойств серводвигателей принципиальное влияние оказывает соотношение номинальной мощности двигателей и мощности процесса обработки. Если мощность двигателя существенно больше мощности резания, то реакцией со стороны обработки можно пренебречь. В противном случае динамическая система, например, вращения шпинделя, становится существенно нелинейной. При определённых режимах нелинейные функции, характеризующие динамическую связь, являются неоднозначными. В этом случае обнаруживаются следующие не известные ранее особенности системы: в зависимости от напряжения якоря двигателя возможно существование трех точек равновесия, одна из которых является неустойчивой; по мере увеличения напряжения якоря наблюдается бифуркация точки равновесия системы типа вилки, точки равновесия обладают ограниченной областью притяжения. Так как параметры динамической связи, формируемой процессом резания, характеризуются свойством эволюционной изменчивости, то в процессе резания изменяются и свойства серводвигателей.

Литература

1. Addasi, E.S. (2013) ‘Modelling and simulation of DC motor electric drive control system with variable moment of inertia’, ACEEE Int. J. on Electrical and Power Engineering, Vol. 4, No. 1, pp.52–57.

2. Canniere, J.D., Brussel, H.V. and Bogaert, J. (1981) ‘A contribution to the mathematical analysis of variable spindle speed machining’, Applied Mathematical Modelling, Vol. 5, No. 3, pp.158–164.

3. Cao, H., Li, B. and He, Z. (2012) ‘Chatter stability of milling with speed varying dynamic of spindles’, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 52, No. 1, pp.50–58.

3. D’Mello, G., Pai, P.S., Puneet, N.P. and Fang, N. (2016) ‘Surface roughness evaluation using cutting vibrations in high speed turning of Ti-6Al-4V – an experimental approach’, International Journal of Machining and Machinability of Materials, Vol. 18, No. 3, pp.288–312.

4. Dombovari, Z., Wilson, R.E. and Stepan, G. (2008) ‘On the robustness of stable turning processes’, International Journal of Machining and Machinability of Materials, Vol. 4, No.4, pp.320–334.

5. Gagnol, V., Belhassen, C. Bouzgarrou, P.R. and Barra, C. (2006) ‘Stability based spindle design optimization’, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 129, No. 2, pp.407–415.

6. Jayaram, S., Kapoor, S.G. and DeVor, R.E. (2000) ‘Analytical stability analysis of variable spindle speed machining’, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 122, No. 3, pp.391–397.

7. Jemielniak, K. and Windota, A. (1984) ‘Suppression of self-excited vibration by the spindle speed variation method’, International Journal of Machine Tool Design and Research, Vol. 24,No. 3, pp.207–214.

8. Dynamical analysis for the motorised spindles of machine tools
Xie, Q., Zhang, Q. and Han, J. (2012) ‘Hopf bifurcation for delay differential equation with application to machine tool chatter’, Applied Mathematical Modelling, Vol. 36, No. 8, pp.3803–3812.

9. HuihuiMiao at al, Dynamic analysis of the column-spindle system considering the nonlinear

characteristics of kinematic joints, Mechanism and Machine Theory, Volume 174, August 2022, 104922

10. Juan Xu at al, Vibration characteristics of unbalance response for motorized spindle system, Procedia Engineering 174 (2017) 331 – 340.

11. Заковоротный В.Л., Лукьянов А.Д., Нгуен Донг Ань, Фам Динь Тунг. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей. Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008. – 324 с.

12. Заковоротный В.Л., Семко И.А. Электромеханические системы. Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ. 2000.- 213 с.

13. Иванов – Смоленский В.А. Электрические машины. М.: изд-во «Энергия». 1980.- 928 с.

13. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1989 -447 с.

14. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Линейные системы. М.: Физматлит, 2007.- 312 с.